

PRÁCTICA 0

NOTA A LOS ALUMNOS:

Los temas que se incluyen en esta práctica se suponen conocidos por ustedes.

Debido a que el conocimiento de los mismos será necesario a lo largo de todo el curso, es fundamental que a modo de repaso, resuelvan estos ejercicios consultando bibliografía y/o al docente.

Ejercicio 1.- Calcular

$$\text{a) } 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \quad \text{b) } \frac{12}{24} - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{4} \left(1 - 2 + \frac{1}{5}\right)$$

$$\text{c) } \frac{\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{6} - \frac{1}{4}\right)}{\left(5 + \frac{1}{7}\right)} \quad \text{d) } \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) - \left(-1 - \frac{1}{5}\right) + 2\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{18}\right) - \left(3\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{14}\right)\right)$$

Ejercicio 2.- Verificar las igualdades

$$\text{a) } \frac{\left(\frac{3}{4} : \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{9} \cdot \frac{5}{6}\right)} = 24,3 \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{3} : \frac{3}{4}\right)}{\frac{2}{9}} = 2$$

Ejercicio 3.- Calcular

$$\text{a) } \left(\frac{1}{8} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{-1} \quad \text{b) } \left(\frac{1}{27} : \frac{1}{3}\right)^{1/2} \quad \text{c) } \left(\frac{1}{27} : \frac{1}{3}\right)^{-2} \quad \text{d) } \left(\frac{1}{27} : \frac{1}{3}\right)^{-1/2}$$

Ejercicio 4.- Ordenar de menor a mayor

$$\text{a) } \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{7}; \frac{1}{9}; \frac{1}{15} \quad \text{b) } -\frac{1}{5}; -\frac{1}{8}; -\frac{1}{1000}$$

$$\text{c) } \frac{9}{5}; \frac{3}{4}; -\frac{2}{9}; \frac{1}{7}; -\sqrt{2}; 3\sqrt{3}; 3; -\frac{1}{-17}; \pi; -\pi^2; (-\pi)^2; (100)^{1/2}; (100)^{-1/2}$$

Ejercicio 5.- Si tuviera que elegir la parte más grande de una fortuna F , ¿cuál de las dos fracciones elegiría,

$$\frac{n}{n+1} \text{ de } F \quad \text{ó} \quad \frac{n^2 - 1}{n^2} \text{ de } F ?$$

Ejercicio 6.- Analizar la validez de las siguientes proposiciones; dar un contraejemplo para las que no son válidas

- | | |
|---|--|
| a) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a \geq 0 ; \quad b \geq 0$ | i) $a^{m+n} = a^m \cdot a^n \quad a \neq 0$ |
| b) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ | j) $a^{-2} = \frac{-1}{a^2} \quad a \neq 0$ |
| c) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ | k) $a^{-2} = -a^2 \quad a \neq 0$ |
| d) $\sqrt{a^2} = a$ | l) $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a \neq 0$ |
| e) $(2^2)^n = 2^{2n}$ | m) $a^0 = 1 \quad a \neq 0$ |
| f) $(2^2)^n = 2^{(2^n)}$ | n) $\sqrt{36 \cdot a} = 6 \cdot \sqrt{a} \quad a \geq 0$ |
| g) $\sqrt{a^2} \geq 0$ | o) $\sqrt{(5+5)a} = 5 \cdot \sqrt{a} \quad a \geq 0$ |
| h) $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ | p) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ |

Rtas: V, F, F, F, V, F, V, F, V, F, F, V, V, V, F, F.

Ejercicio 7.- Una solución se dice más concentrada que otra si tiene mayor proporción entre la sustancia activa y el diluyente que la otra. El boticario tiene un botellón de 1 litro y medio donde $\frac{1}{5}$ es sustancia activa y un bidón de 2 litros donde $\frac{2}{3}$ es sustancia activa.

¿En cuál de los dos envases la solución es más concentrada?

Ejercicio 8.- El precio de un equipo de audio con el 15 % de descuento es de \$ 3417. ¿Cuál era el precio original?

Ejercicio 9.- Resolver las ecuaciones.

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| a) $6x^2 - 6x - 12 = 0$ | b) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ | c) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ |
| d) $15x^2 = 8x - 1$ | e) $3x^2 - 5x = 2$ | f) $x^2 + 2\pi x - \sqrt{2} = 0$ |

Ejercicio 10.- Hallar dos números cuyo producto sea 4 y que sumen 6.

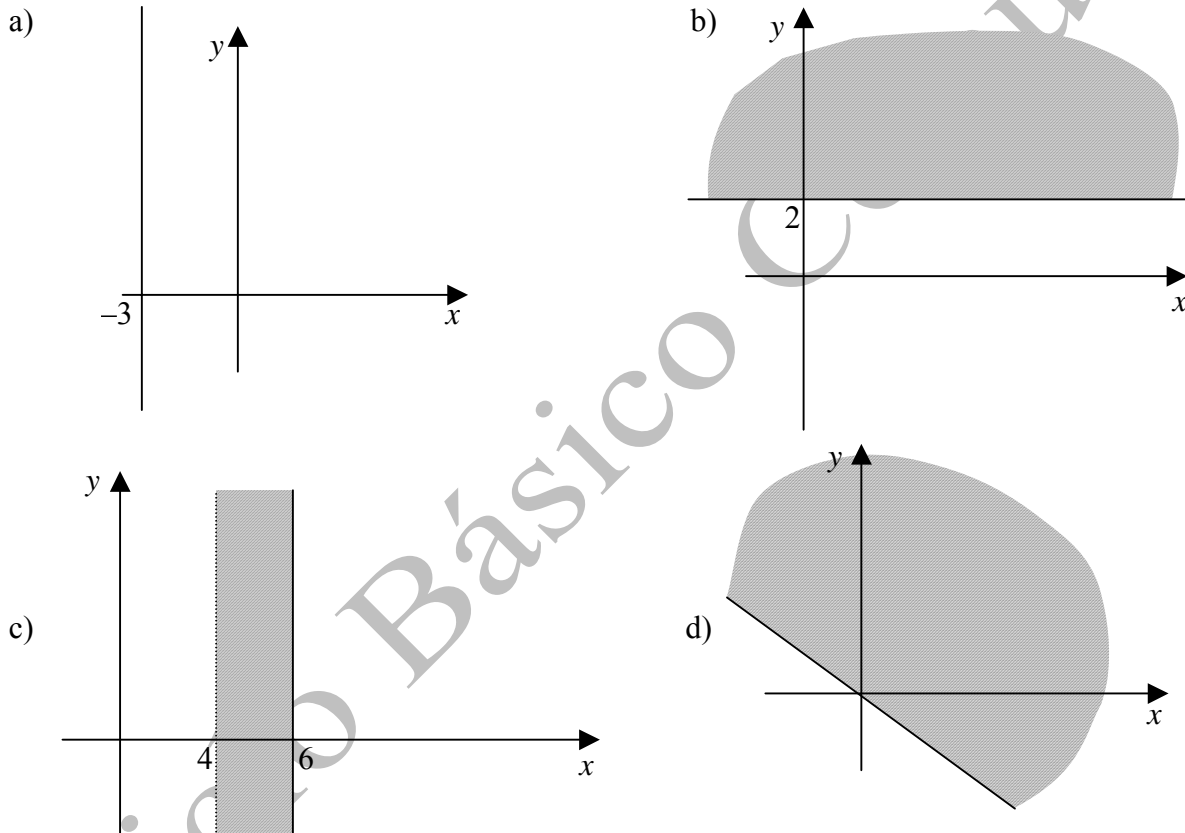
Ejercicio 11.- Representar en el plano

- | | | | | |
|-------------------|---------------------------|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| $A_1 = (2,2)$ | $A_2 = (3,-1)$ | $A_3 = (-1,4)$ | $A_4 = (2,0)$ | $A_5 = (1/4,1/2)$ |
| $A_6 = (-1,-1/4)$ | $A_7 = (\sqrt{2},1)$ | $A_8 = (-\sqrt{2},1)$ | $A_9 = (-\sqrt{2},-1)$ | $A_{10} = (\sqrt{2},-1)$ |
| $A_{11} = (0,-1)$ | $A_{12} = (3,1+\sqrt{2})$ | | | |

Ejercicio 12.- Representar en el plano los siguientes conjuntos

$$\begin{array}{lll}
 A_1 = \{ (x,y) / x = 1 \} & A_2 = \{ (x,y) / x \geq 2 \} & A_3 = \{ (x,y) / y < 2 \} \\
 A_4 = \{ (x,y) / -3 < y < 2 \} & A_5 = \{ (x,y) / x=1, y < 2 \} & A_6 = \{ (x,y) / x = y \} \\
 A_7 = \{ (x,y) / x = 2y \} & A_8 = \{ (x,y) / x = 2y + 1 \} & A_9 = \{ (x,y) / x \cdot y < 0 \} \\
 A_{10} = \{ (x,y) / x \cdot y = 0 \} & A_{11} = A_4 \cap A_6 & A_{12} = A_2 \cup A_7 \\
 A_{13} = A_3 \cap A_{10} & A_{14} = A_3 \cup A_4 & A_{15} = (A_8 \cup A_3) \cap A_9
 \end{array}$$

Ejercicio 13.- Definir algebraicamente los siguientes conjuntos del plano



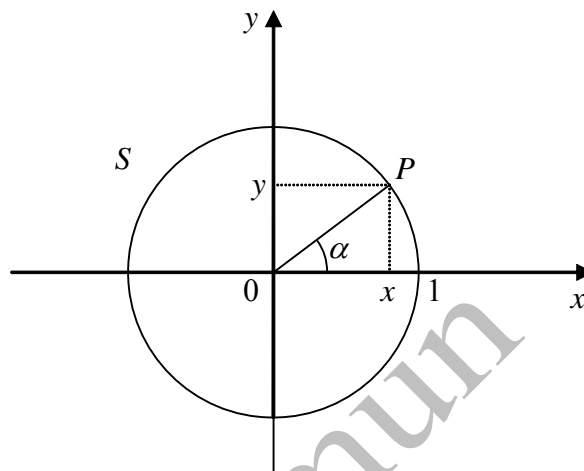
Ejercicio 14.- Sean los siguientes subconjuntos del plano

$$\begin{array}{ll}
 A = \{ (x,y) / 1/2 \leq x \leq 2 ; -1 \leq y \leq 1 \} & B = \{ (x,y) / x^2 + y^2 \leq 1 \} \\
 C = \{ (x,y) / x = -y \} & D = \{ (x,y) / x \geq 1/3 ; y \leq -1/2 \} \\
 E = \{ (x,y) / 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2} ; 0 < y < \frac{\sqrt{2}}{2} \}
 \end{array}$$

Hallar gráficamente $A \cup B$; $A \cap B$; $B \cap C$; $A \cup D$; $A \cap D$; $B \cap D$; $E \cup B$; $E \cap B$; $A \cap E$.

Verificar que $E \subset B$.

Ejercicio 15. - Sea S la circunferencia de radio 1 y centro en el origen. Sea α un ángulo, $0 \leq \alpha < 360^\circ$, con vértice en el origen, uno de cuyos lados coincide con el semieje positivo de las x . Sea P el punto donde el otro lado de α interseca a S .



Si $P = (x,y)$, se define

$$\cos \alpha = x; \quad \text{sen } \alpha = y.$$

a) ¿Cuánto valen $\text{sen } 90^\circ$; $\cos 180^\circ$; $\cos 270^\circ$; $\text{sen } 180^\circ$?

b) Decidir si son positivos o negativos $\text{sen } 37^\circ$; $\cos 224^\circ$; $\text{sen } 185^\circ$.

c) Para todo α se tiene $\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. ¿Por qué?

Deducir que $-1 \leq \text{sen } \alpha \leq 1$ y que $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$.

d) La longitud de la circunferencia de radio 1 es 2π . Hallar la longitud del arco que corresponde a los siguientes ángulos:

$$\alpha = 30^\circ \quad \alpha = 45^\circ \quad \alpha = 60^\circ \quad \alpha = 72^\circ \quad \alpha = 300^\circ$$

$$\alpha = 210^\circ \quad \alpha = 270^\circ \quad \alpha = 750^\circ \quad \alpha = 432^\circ \quad \alpha = 90^\circ$$

Graficar en cada caso dichos ángulos y arcos en la circunferencia de radio 1.

e) Sabiendo que

α	$0^\circ : 0$	$30^\circ : \pi/6$	$45^\circ : \pi/4$	$60^\circ : \pi/3$	$90^\circ : \pi/2$
$\text{sen } \alpha$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos \alpha$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0

y que

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen } \alpha \cdot \cos \beta \pm \text{sen } \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \text{sen } \alpha \cdot \text{sen } \beta$$

Calcular:

$$\text{sen } 7\pi/12$$

$$\cos 5\pi/12$$

$$\text{sen } \pi/12$$

$$\cos 3\pi/4$$

$$\text{sen } 5\pi/6$$

$$\cos 7\pi/6$$

f) Hallar α sabiendo que

$$i) \begin{cases} \text{sen } \alpha = -1/2 \\ \cos \alpha = \sqrt{3}/2 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} \text{sen } \alpha = -\sqrt{2}/2 \\ \cos \alpha = -\sqrt{2}/2 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} \text{sen } \alpha = \sqrt{3}/2 \\ \cos \alpha = -1/2 \end{cases}$$